

(8 pages)

Reg. No. :

Code No. : 20289 E Sub. Code : AMMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Second Semester

Mathematics – Core

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ANALYTICAL
GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. The solution of the equation $y = px + \frac{a}{p}$ is
_____.

(a) $y = cx^2 + \frac{a}{c}$

(b) $y = c^2x^2 + \frac{a^2}{c^2}$

(c) $y = cx + \frac{a}{c}$

(d) $y = cx + \frac{a^2}{c}$

2. Clairaut's equation is of the form _____.
- (a) $y = qx + f(p)$ (b) $y = qx + f(q)$
(c) $y = px + f(q)$ (d) $y = px + f(p)$
3. The solution of $(D^2 - 3D + 2)y = 0$ is _____.
- (a) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x}$ (b) $y = c_1e^x + c_2e^{2x}$
(c) $y = c_1e^{-2x} + c_2e^x$ (d) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x}$
4. The complementary function of $(D^2 + 9)y = x^3$ is _____.
- (a) $A \cos 3x + B \sin 3x$
(b) $Ae^{3x} + Be^{-3x}$
(c) $Ae^{\sqrt{3}x} - Be^{-\sqrt{3}x}$
(d) $(Ax + B)e^{3x}$
5. The angle between the planes $2x - y + z = 6$ and $x + y + 2z = 3$ is _____.
- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$
(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) π

6. The equation of the plane which passes through the point $(2, -4, 5)$ and is parallel to the plane $4x + 2y - 7z + 6 = 0$ is _____.
- (a) $4x + 2y - 7z - 1 = 0$
 (b) $2x + 4y - 7z + 6 = 0$
 (c) $4x + 2y - 6z + 35 = 0$
 (d) $4x - 7y + 2z - 1 = 0$
7. The equation of the line passing through the point $(3, 2, -8)$ and is perpendicular to the plane $-3x + y + 2z - 2 = 0$ is _____.
- (a) $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-8}{2}$
 (b) $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+8}{2}$
 (c) $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{-2}$
 (d) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{-2}$
8. The equation of the straight line joining the points $(0, 0, 0)$ and $(5, -2, 3)$ is _____.
- (a) $\frac{x+5}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}$
 (b) $\frac{x+5}{5} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{3}$
 (c) $\frac{x}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$
 (d) $\frac{x}{-5} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-3}$

9. The equation of the sphere with centre $(-1, 2, -3)$ and radius 3 units is _____.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$

(b) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0$

(d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$

10. The radius of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ is _____.

(a) $\sqrt{u^2 + v^2 + w^2 + d}$

(b) $\sqrt{u^2 + v^2 + w^2 - d}$

(c) $\sqrt{u + v + w + d}$

(d) $\sqrt{u + v + w - d}$

PART B — $(5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve : $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

Or

(b) Solve : $xyp^2 + p(3x^2 - 2y^2) - 6xy = 0$.

12. (a) Solve : $(D^3 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.

Or

(b) Solve : $(D^2 + 5D + 6)y = e^x$.

13. (a) Find the equation of the plane passing through the points (3, 1, 2), (3, 4, 4) and perpendicular to the plane $5x + y + 4z = 0$.

Or

(b) A moving plane passes through a fixed point (α, β, γ) and intersects the coordinate axes at A, B, C. Show that the locus of the centroid of the ΔABC is $\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} + \frac{\gamma}{z} = 3$.

14. (a) Show that the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$;
 $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ are coplanar and find the equation of the plane containing them.

Or

(b) Find the image of the point (2, 3, 4) under the reflection in the plane $x - 2y + 5z = 6$.

15. (a) A sphere of constant radius k passes through the origin and meets the axes in A, B, C. Prove that the centroid of the triangle ABC lies on the sphere $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$.

Or

- (b) Find the equation of the tangent plane to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ at point (x_1, y_1, z_1) .

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Solve : $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dy}{dx} - x + \sin t = 0$;

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - y + \cos t = 0.$$

Or

- (b) Solve : $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$; $\frac{dy}{dx} - 3x + 2y = e^{2t}$.

17. (a) Solve : $(5 + 2x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$.

Or

(b) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (4x^2 + 6x) \frac{dy}{dx} + (3x^2 + 12x + 6)y = 0$$

by means of the substitution $yx^3 = z$.

18. (a) Find the equation of the plane passing through the points $(2, 5, -3)$, $(-2, -3, 5)$ and $(5, 3, -3)$.

Or

(b) Find the bisector of the acute angle between the planes $3x + 4y - 5z + 1 = 0$; $5x + 12y - 13z = 0$.

19. (a) Prove that the lines $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+10}{8} = \frac{z-1}{2}$;

$\frac{x+3}{-4} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-4}{1}$ are coplanar. Find also

their point of intersection and the plane through them.

Or

(b) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}; \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}.$$

20. (a) Find the equation of the sphere which passes through the circle

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$, $x + 2y + 3z = 8$ and touches the plane $4x + 3y = 25$.

Or

- (b) Find the equation of the sphere passing through the points $(1,1,-2),(-1,1,2)$ and having the centre of the sphere on the line $x+y-z-1=0=2x-y+z-2$.

Reg. No. :

Code No. : 20291 B Sub. Code : AMMA 41

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics — Core

ABSTRACT ALGEBRA

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $S = \{a, b, c, d\}$ எனும் கணத்தின் மீது சமச்சீர் தொடர்பு அல்ல?
(அ) $\{(a, b), (b, a)\}$
(ஆ) $\{(a, b), (b, c), (a, c)\}$
(இ) $\{(a, a), (b, b)\}$
(ஈ) $\{(a, b), (b, c), (b, a), (c, b)\}$

Which of the following is not a symmetric relation on $S = \{a, b, c, d\}$?

- (a) $\{(a, b), (b, a)\}$
- (b) $\{(a, b), (b, c), (a, c)\}$
- (c) $\{(a, a), (b, b)\}$
- (d) $\{(a, b), (b, c), (b, a), (c, b)\}$

2. G என்ற குலத்தில் α என்ற உறுப்பின் வரிசை x எனில் α^{-1} என்ற உறுப்பின் வரிசை —————

- (அ) -1 (ஆ) $-x$
- (இ) x (ஈ) x^{-1}

If the order of an element α is a group G is x then the order of the element α^{-1} is

- (a) -1 (b) $-x$
- (c) x (d) x^{-1}

3. வழக்கமான பெருக்கலைப் பொறுத்து $G = \{1, -1, i, -i\}$ என்ற குலத்தில் i இன் நேர்மாறு உறுப்பு —————

- (அ) 1 (ஆ) i
- (இ) $-i$ (ஈ) -1

In the group $G = \{1, -1, i, -i\}$ with usual multiplication, the inverse of i is _____

- (a) 1 (b) i
(c) $-i$ (d) -1

4. G என்பது ஒரு முடிவுறு குலம் என்க. H என்பது G -ன் உட்குலம் என்க. $[G:H] = |G|$ எனில் H என்பது _____

- (அ) $\{e\}$ (ஆ) G
(இ) H (ஈ) e

Let G be a finite group and H be a subgroup of G . If $[G:H] = |G|$ then H is _____

- (a) $\{e\}$ (b) G
(c) H (d) e

5. $f: G \rightarrow G'$ ஒரு 1-1 சார்பு எனில், $O(\ker f) =$ _____

- (அ) -1 (ஆ) 0
(இ) 1 (ஈ) 2

If $f: G \rightarrow G'$ is 1-1, then $O(\ker f) =$ _____

- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

6. $R^+/\{1,-1\} \cong$ _____

(அ) R^+

(ஆ) R^-

(இ) R

(ஈ) $\{1, -1\}$

$R^+/\{1,-1\} \cong$ _____

(a) R^+

(b) R^-

(c) R

(d) $\{1, -1\}$

7. $(R, +, \cdot)$ என்ற வளையத்தில், பெருக்கல் நேர்மாறு கொண்ட உறுப்புகளின் கணம் _____

(அ) Z

(ஆ) $\{1, -1\}$

(இ) $R - \{0\}$

(ஈ) R

In the ring $(R, +, \cdot)$ the set of units is _____

(a) Z

(b) $\{1, -1\}$

(c) $R - \{0\}$

(d) R

8. வளையம் $M_2(R)$ -ல் உள்ள அலகு உறுப்பு _____

(அ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(ஆ) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(இ) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

(ஈ) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

In the ring $M_2(R)$, the unit element is

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

9. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது R -இல் பகா சீர் வளையம்?

- (அ) (-1) (ஆ) (0)
(இ) (1) (ஈ) (2)

Which one is a prime ideal in R ?

- (a) (-1) (b) (0)
(c) (1) (d) (2)

10. $f(x), g(x) \in Z_4[x]$ மற்றும் $f(x) = x^2 + 3x + 1$,
 $g(x) = 2x^2 + x$ எனில் $f(x) \cdot g(x)$ ன் படி _____

- (அ) 3 (ஆ) 4
(இ) 2 (ஈ) 1

If $f(x), g(x) \in Z_4[x]$ be defined as $f(x) = x^2 + 3x + 1$
and $g(x) = 2x^2 + x$ then degree of $f(x) \cdot g(x)$ is

- (a) 3 (b) 4
(c) 2 (d) 1

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) கணம் S -ன் மீது வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு சரிநிகர் உறவினால் உண்டாகிய சமான வகுப்புகளின் கணம், S -ல் ஒரு பிரிவினையை உண்டாக்கும் என நிரூபி.

Prove that the set of all equivalence classes determined by an equivalence relation defined on a set S forms a partition on the set S .

Or

- (ஆ) $f : A \rightarrow B$ மற்றும் $g : B \rightarrow C$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று முழுக் கோர்த்தல்கள் எனில் $gof : A \rightarrow C$ ஒரு ஒன்றுக்கொன்று முழுக்கோர்த்தல் என நிரூபி.

If $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ are bijections, prove that $gof : A \rightarrow C$ is also a bijection.

12. (அ) G என்பது இரட்டை எண்ணிக்கை கொண்ட உறுப்புகளை உடைய ஒரு முடிவுறு குலம் எனில் குறைந்தபட்சம் வரிசை 2 உடைய ஒரு உறுப்பேனும் G -யில் இருக்கும் என நிறுவுக.

If G is a finite group with even number of elements then prove that G contains at least one element of order 2.

Or

(ஆ) A, B ஆகியன G என்ற முடிவுறு குலத்தின் உட்குலங்கள் மற்றும் A என்பது B -யின் உட்குலம் எனில் $[G : A] = [G : B][B : A]$ என நிறுவுக.

Let A and B be subgroups of a finite group G such that A is a subgroup of B . Show that $[G : A] = [G : B][B : A]$.

13. (அ) ஒரு சக்கர குலத்தின் ஒவ்வொரு உட்குலமும் ஒரு சக்கர குலம் என நிரூபி.

Prove that every subgroup of a cyclic group is cyclic.

Or

(ஆ) $f : G \rightarrow G'$ ஒரு குலங்களின் தன்மை மாறா முழுகோர்த்தல் எனில் f ஒரு 1-1 சார்பு $\Leftrightarrow f$ -ன் உட்கரு $= \{e\}$ என நிரூபி.

If $f : G \rightarrow G'$ is a group homomorphism prove that f is 1-1 $\Leftrightarrow \ker f = \{e\}$.

14. (அ) பூஜ்ஜிய வகுப்பான்கள் இல்லாத ஒரு முடிவுறு பரிமாற்று வளையம் R ஆனது ஒரு புலம் ஆகும் என நிறுவுக.

Prove that a finite commutative ring R without zero - divisors is a field.

Or

(ஆ) F என்ற புலத்திற்கு F -ம் $\{0\}$ -ம் மட்டுமே கருத்தியல்களாக இருக்கும் என காட்டுக.

Show that the only ideals of a field F are F and $\{0\}$.

15. (அ) z_n ஒரு எண் அரங்கமாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை, n ஒரு பகா எண் என நிரூபி.

Show that z_n is an integral domain if and only if n is prime.

Or

(ஆ) எந்த ஒரு முடிவுறு எண் அரங்கமும் ஒரு களமென நிரூபி.

Prove that every finite integral domain is a field.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) A, B ஆகியன G என்ற குலத்தின் உட்குலங்கள் என்க. AB என்பது G -ன் உட்குலம் என்றால் மட்டுமே $AB = BA$ என நிரூபி.

Let A and B be two subgroups of a group G . Prove that AB is a subgroup of G if and only if $AB = BA$.

Or

(ஆ) G என்ற குலத்தின் இரு உட்குலங்களின் சேர்ப்பு கணம் ஒரு உட்குலம் என்றால் மட்டுமே ஒன்று மற்றொன்றின் உள் இருக்கும் என காட்டுக.

Prove that the union of two subgroups of a group G is a subgroup if and only if one is contained in the other.

17. (அ) H மற்றும் K ஆகியன குலம் G யின் இரு முடிவுறு உட்குலங்கள் எனில் $|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$ என நிரூபி.

Let H and K be two finite subgroups of a group G . Prove that $|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$.

Or

(ஆ) லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை கூறி நிரூபி.

State and prove Lagrange's theorem.

18. (அ) $f : G \rightarrow G'$ என்பது K -னை கெர்னலாக கொண்ட ஒரு குலங்களின் தன்மை மாறா மாற்றும் எனில் $\frac{G}{K} \cong f(G)$ என நிரூபி.

if $f : G \rightarrow G'$ is a homomorphism with Kernel K , prove that $\frac{G}{K} \cong f(G)$.

Or

(ஆ) கெய்லியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Cayley's theorem.

19. (அ) R என்பது சமனி உறுப்புடன் கூடிய பரிமாற்று வளையம் என்க. R -ன் ஒரு கருத்தியல் M ஒரு மிகுவரை கருத்தியல் $\Leftrightarrow R/M$ ஒரு புலம் என நிரூபி.

Let R be a commutative ring with identity prove that an ideal M of R is a maximal ideal $\Leftrightarrow R/M$ is a field.

Or

- (ஆ) கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

- (i) z_n என்பது ஒரு தொகுப்புக்கணம் $\Leftrightarrow n$ ஒரு பகா எண்.
(ii) ஒரு தொகுப்பு களத்தின் சிறப்பியல்பு 0 அல்லது ஒரு பகா எண்.

Prove the following

- (i) z_n is an integral domain $\Leftrightarrow n$ is a prime number.
(ii) the characteristics of an integral domain is either 0 or a prime number.

20. (அ) வகுத்தல் படி முறையைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove division algorithm.

Or

- (ஆ) எந்தவொரு தொகுப்பு களத்தையும் ஒரு புலத்தில் பதிக்க முடியும் என நிறுவுக.

Prove that every integral domain can be embedded in a field.

(6 pages)

Reg. No. :

Code No. : 20291 E Sub. Code : AMMA 41

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics — Core

ABSTRACT ALGEBRA

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. Which of the following is not a symmetric relation on $S = \{a, b, c, d\}$?
 - (a) $\{(a, b), (b, a)\}$
 - (b) $\{(a, b), (b, c), (a, c)\}$
 - (c) $\{(a, a), (b, b)\}$
 - (d) $\{(a, b), (b, c), (b, a), (c, b)\}$

2. If the order of an element α in a group G is x then the order of the element α^{-1} is
- (a) -1 (b) $-x$
(c) x (d) x^{-1}
3. In the group $G = \{1, -1, i, -i\}$ with usual multiplication, the inverse of i is _____
- (a) 1 (b) i
(c) $-i$ (d) -1
4. Let G be a finite group and H be a subgroup of G . If $[G : H] = |G|$ then H is _____
- (a) $\{e\}$ (b) G
(c) H (d) e
5. If $f : G \rightarrow G'$ is 1-1, then $O(\ker f) =$ _____
- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2
6. $R^+ / \{1, -1\} \cong$ _____
- (a) R^+ (b) R^-
(c) R (d) $\{1, -1\}$

7. In the ring $(R, +, \cdot)$ the set of units is _____
- (a) Z (b) $\{1, -1\}$
(c) $R - \{0\}$ (d) R
8. In the ring $M_2(R)$, the unit element is
- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
9. Which one is a prime ideal in R ?
- (a) (-1) (b) (0)
(c) (1) (d) (2)
10. If $f(x), g(x) \in Z_4[x]$ be defined as $f(x) = x^2 + 3x + 1$
and $g(x) = 2x^2 + x$ then degree of $f(x) \cdot g(x)$ is

- (a) 3 (b) 4
(c) 2 (d) 1

PART B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Prove that the set of all equivalence classes determined by an equivalence relation defined on a set S forms a partition on the set S .

Or

- (b) If $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$ are bijections, prove that $g \circ f : A \rightarrow C$ is also a bijection.

12. (a) If G is a finite group with even number of elements then prove that G contains at least one element of order 2.

Or

- (b) Let A and B be subgroups of a finite group G such that A is a subgroup of B . Show that $[G : A] = [G : B][B : A]$.

13. (a) Prove that every subgroup of a cyclic group is cyclic.

Or

- (b) If $f : G \rightarrow G'$ is a group homomorphism prove that f is 1-1 $\Leftrightarrow \ker f = \{e\}$.

14. (a) Prove that a finite commutative ring R without zero - divisors is a field.

Or

- (b) Show that the only ideals of a field F are F and $\{0\}$.
15. (a) Show that z_n is an integral domain if and only if n is prime.

Or

- (b) Prove that every finite integral domain is a field.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) Let A and B be two subgroups of a group G . Prove that AB is a subgroup of G if and only if $AB = BA$.

Or

- (b) Prove that the union of two subgroups of a group G is a subgroup if and only if one is contained in the other.

17. (a) Let H and K be two finite subgroups of a group G . Prove that $|HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$.

Or

- (b) State and prove Lagrange's theorem.
18. (a) If $f : G \rightarrow G'$ is a homomorphism with Kernel K , prove that $\frac{G}{K} \cong f(G)$.

Or

- (b) State and prove Cayley's theorem.
19. (a) Let R be a commutative ring with identity prove that an ideal M of R is a maximal ideal $\Leftrightarrow R/M$ is a field.

Or

- (b) Prove the following
- (i) \mathbb{Z}_n is an integral domain $\Leftrightarrow n$ is a prime number.
- (ii) the characteristics of an integral domain is either 0 or a prime number.
20. (a) State and prove division algorithm.

Or

- (b) Prove that every integral domain can be embedded in a field.

Reg. No. :

Code No. : 20292 B Sub. Code : AMMA 51

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics – Core

LINEAR ALGEBRA

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. பின்வருவனவற்றுள் எது R^3 வெக்டர் வெளியின் உள்வெளி அல்ல?
- (அ) $W = \{(a, 0, 0) / a \in R\}$
- (ஆ) $W = \{Ka, Kb, Kc / K \in R\}$
- (இ) $W = \{(a, a + 1, 0) / a \in R\}$
- (ஈ) $W = \{(a, 0, b) / a, b \in R\}$

If $S = \{(2, 0)\}$ in $V_2(R)$ then $L(S) = \text{—————}$.

- (a) $\{(x, 0) / x \in R\}$ (b) $\{(0, x) / x \in R\}$
(c) $\{(0, 0)\}$ (d) $\{(0, 2)\}$

4. $V_2(R)$ -ல் வெக்டர்கள் (a, b) மற்றும் (c, d) என்பது நேரியல் சார்புடையதாக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனை —————.

- (அ) $ab - cd = 0$ (ஆ) $ac - db = 0$
(இ) $ab - bc = 0$ (ஈ) $ad - bc = 0$

The vectors (a, b) and (c, d) are linearly dependent iff —————.

- (a) $ab - cd = 0$ (b) $ac - db = 0$
(c) $ab - bc = 0$ (d) $ad - bc = 0$

5. $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ என்ற அணியானது

$T : V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, நிலையான அடிப்படையைப் பொறுத்து அதன் நேரியல் உருமாற்றம் —————.

- (அ) $T(a, b) = (a \sin \theta + b \cos \theta, -a \cos \theta + b \sin \theta)$
(ஆ) $T(a, b) = (a \cos \theta + b \sin \theta, -a \sin \theta + b \cos \theta)$
(இ) $T(a, b) = (-a \sin \theta + b \cos \theta, a \cos \theta + b \sin \theta)$
(ஈ) $T(a, b) = (-a \cos \theta + b \sin \theta, a \sin \theta + b \cos \theta)$

The rank of the matrix is $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 6 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ is _____.

- (a) 2 (b) 6
(c) -2 (d) -3

8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $|A| =$ _____.

- (அ) 0 (ஆ) 2
(இ) 4 (ஈ) 1

If $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ then $|A| =$ _____.

- (a) 0 (b) 2
(c) 4 (d) 1

9. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & -k \\ 3 & k & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியில் ஒரு சிறப்பியல்பு மூலம்

3 எனில் k -ன் மதிப்பு = _____.

- (அ) 5 (ஆ) 2
(இ) -1 (ஈ) 3

For what value of k is 3 a characteristic root of

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & -k \\ 3 & k & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) 5 (b) 2
(c) -1 (d) 3

10. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள்

_____.

- (அ) 3, 4, 1 (ஆ) 3, 5, 3
(இ) 3, 0, 0 (ஈ) 1, 1, 2

The eigen values of $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ are

- (a) 3, 4, 1 (b) 3, 5, 3
(c) 3, 0, 0 (d) 1, 1, 2

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) (i) இரண்டு உள்வெளிகளின் வெட்டு ஒரு உள்வெளி என நிரூபி.
- (ii) இரண்டு உள்வெளிகளின் சேர்ப்பு ஒரு உள்வெளி அல்ல என நிரூபி.
- (i) Prove that the intersection of two subspaces of a vector space is a subspace.
- (ii) Prove that the union of two subspaces of a vector space need not be a subspace.

Or

- (ஆ) F என்ற புலம் மீது V என்பது வெக்டர்வெளி என்க. உள்வெளி V -ன் வெற்று அல்லா உட்கணம் W -ஆக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $u, v \in W$ மற்றும் $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$.

Let V be a vector space over a field F . A non-empty subset W of V is a subspace of V iff $u, v \in W$ and $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$.

12. (அ) நேரியல் சார்பற்ற உட்கணம் நேரியல் சார்பற்றது என நிரூபி.

Prove that any subspace of a linearly independent set is linearly independent.

Or

- (ஆ) $V_3(R)$ -ல் $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ என்பதை ஓர் அடிக்கணம் என்பதை நிரூபி.

Prove that $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ is a basis for $V_3(R)$.

13. (அ) $V = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} / f \text{ என்பது தொடர்சார்பு}\}$

உள்பெருக்கல் $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$ என

வரையறுக்கப்பட்ட V என்பது ஒரு மெய்ப்பெருக்கல்வெளி என நிரூபி.

Let V be the set of all continuous real valued functions defined on the closed interval $[0, 1]$. Prove that V is a real inner product space with inner product defined by

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$$

Or

- (ஆ) V என்பது முடிவுறு பரிமாணமுடைய உள்பெருக்கல் வெளி என்க. W என்பது V -ன் இன் உள்வெளி எனில், $(W^\perp)^\perp = W$ என நிரூபி.

Let V be a finite dimensional inner product space. Let W be a subspace of V . Prove that $(W^\perp)^\perp = W$.

14. (அ) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அரு நிலையற்ற அணி

$A^2 - 2A - 5I = 0$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் என்பதை காண்க. மேலும் A^{-1} யை மதிப்பிடுக.

Show that the non-singular matrix

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ satisfies the equation

$A^2 - 2A - 5I = 0$. Hence evaluate A^{-1} .

Or

(ஆ) கேப்லி-கேமில்டன் தேற்றம் கூறி நிரூபி.

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

15. (அ) $f(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2$, $x = (x_1, x_2)$ $y = (y_1, y_2)$ என்பது $V_2(R)$ ன் மீது வரையறுக்கப்பட்ட ஓர் இருபடி வடிவம் என்க. $\{(1, 1), (1, 2)\}$ என்ற அடிக்கணத்தைப் பொறுத்து, f ன் அணியைக் காண்க.

Let f be the bilinear form defined by $V_2(R)$ by $f(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2$ where $x = (x_1, x_2)$ and $y = (y_1, y_2)$. Find the matrix of f w.r.t. the basis $\{(1, 1), (1, 2)\}$.

Or

(ஆ) $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் சிறப்பியல்பு மூலங்களைக் காண்க.

Find the characteristic roots of the matrix $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) V மற்றும் W என்பது புலம் F -ன் மீதான வெக்டர் வெளிகள் என்க. $L(V, W) = \{T : V \rightarrow W \mid T \text{ ஒரு நேரியல் கோப்பு}\}$ $(f + g)(v) = f(v) + g(v)$ மற்றும் $(\alpha f)(v) = \alpha f(v)$ என கூட்டலும், அளவு பெருக்கலும் வரையறுக்கப்பட்டு, $L(V, W)$ என்பது F -ன் மீதான ஒரு வெக்டர்வெளி என நிரூபி.

Let V and W be vector spaces over a field F . Let $L(V, W)$ represent the set of all linear transformations from V to W . Then $L(V, W)$ itself is a vector space over F under addition and scalar multiplication defined by $(f + g)(v) = f(v) + g(v)$ and $(\alpha f)(v) = \alpha f(v)$.

Or

(ஆ) புனல்சார்பு அடிப்படை தோற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Fundamental theorem of Homomorphism.

17. (அ) V என்பது புலம் F -ன் மீதான ஒரு முடிவுறு பரிமாணமுடைய வெக்டர்வெளி மற்றும் W என்பது V -ன் உள்வெளி எனில்,

(i) $\dim W \leq \dim V$

(ii) $\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$.

Let V be a finite dimensional vector space over a field F . Let W be a subspace of V . Prove that

(i) $\dim W \leq \dim V$

(ii) $\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$.

Or

(ஆ) F என்ற புலம் மீது V என்பது வெக்டர்வெளி எனில், $S, T \subseteq V$ எனில், நிரூபி

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

(iii) $L(S) = S \Leftrightarrow S$ என்பது V -ன் உள்வெளி.

Let V be a vector space over a field F . Let $S, T \subseteq V$, then prove that

(i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$

(ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$

(iii) $L(S) = S \Leftrightarrow S$ is a subspace of V .

18. (அ) V என்பது பல்லுறுப்புக்கோவைகள் கொண்ட ஒரு வெக்டர்வெளி என்க. V -ல்,

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt \quad \text{என உள்வெளி}$$

வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. $f(t) = t + 2$ மற்றும் $g(t) = t^2 - 2t - 3$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

(i) $\langle f, g \rangle$

(ii) $\|f\|$.

Let V be the vector space of polynomials with inner product given by

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt. \quad \text{Let } f(t) = t + 2 \text{ and}$$

$g(t) = t^2 - 2t - 3$. Find

(i) $\langle f, g \rangle$

(ii) $\|f\|$.

Or

(ஆ) ஒவ்வொரு வரையறுக்கப்பட்ட பரிமாணம் கொண்ட உள்பெருக்கல்வெளி ஓர் அலகு செங்குத்து அடிப்படை கொண்டது என நிரூபி.

Show that every finite dimensional inner product space has an orthonormal basis.

$$x - 4y - 3z = -16$$

$$4x - y + 6z = 16$$

19. (அ) $2x + 7y + 12z = 48$

$$5x - 5y + 3z = 0$$

என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு கொண்டதா என சரிபாத்து, ஒருங்கமைவு கொண்டதாக இருந்தால் தீர்க்க.

Verify whether the following system of equations is consistent. If it is consistent find

$$x - 4y - 3z = -16$$

$$4x - y + 6z = 16$$

the solution $2x + 7y + 12z = 48$

$$5x - 5y + 3z = 0.$$

Or

(ஆ) கெய்லி-ஹேமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தலைகீழைக் காண்க.

Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

using Cayley-Hamilton theorem.

20. (அ) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்பு

மற்றும் ஐகன் வெக்டரைக் காண்க.

Find the eigen values and eigen vectors of

the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Or

(ஆ) $2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$ என்ற இருபடி சமன்பாட்டை லெக்ரன்ச்சின் முறையைப் பயன்படுத்தி விட்ட வடிவத்திற்குக் குறைக்க.

Reduce the quadratic form

$2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$ to the diagonal form using Lagrange's method.

(8 pages)

Reg. No. :

Code No. : 20292 E Sub. Code : AMMA 51

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics – Core

LINEAR ALGEBRA

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. Which of the following is a subspace of a vector space R^3 ?
 - (a) $W = \{(a, 0, 0) / a \in R\}$
 - (b) $W = \{Ka, Kb, Kc / K \in R\}$
 - (c) $W = \{(a, a + 1, 0) / a \in R\}$
 - (d) $W = \{(a, 0, b) / a, b \in R\}$

10. The eigen values of $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ are

- (a) 3, 4, 1 (b) 3, 5, 3
(c) 3, 0, 0 (d) 1, 1, 2

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) (i) Prove that the intersection of two subspaces of a vector space is a subspace.
(ii) Prove that the union of two subspaces of a vector space need not be a subspace.

Or

- (b) Let V be a vector space over a field F . A non-empty subset W of V is a subspace of V iff $u, v \in W$ and $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$.

12. (a) Prove that any subspace of a linearly independent set is linearly independent.

Or

- (b) Prove that $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ is a basis for $V_3(R)$.

13. (a) Let V be the set of all continuous real valued functions defined on the closed interval $[0, 1]$. Prove that V is a real inner product space with inner product defined by

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt$$

Or

- (b) Let V be a finite dimensional inner product space. Let W be a subspace of V . Prove that $(W^\perp)^\perp = W$.

14. (a) Show that the non-singular matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 2A - 5I = 0$. Hence evaluate A^{-1} .

Or

- (b) State and prove Cayley-Hamilton theorem.

15. (a) Let f be the bilinear form defined by $V_2(R)$ by $f(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2$ where $x = (x_1, x_2)$ and $y = (y_1, y_2)$. Find the matrix of f w.r.t. the basis $\{(1, 1), (1, 2)\}$.

Or

- (b) Find the characteristic roots of the matrix $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) Let V and W be vector spaces over a field F . Let $L(V, W)$ represent the set of all linear transformations from V to W . Then $L(V, W)$ itself is a vector space over F under addition and scalar multiplication defined by $(f + g)(v) = f(v) + g(v)$ and $(\alpha f)(v) = \alpha f(v)$.

Or

- (b) State and prove Fundamental theorem of Homomorphism.

17. (a) Let V be a finite dimensional vector space over a field F . Let W be a subspace of V . Prove that
- (i) $\dim W \leq \dim V$
 - (ii) $\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$.

Or

- (b) Let V be a vector space over a field F . Let $S, T \subseteq V$, then prove that
- (i) $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$
 - (ii) $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$
 - (iii) $L(S) = S \Leftrightarrow S$ is a subspace of V .
18. (a) Let V be the vector space of polynomials with inner product given by
- $$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) g(t) dt.$$
- Let $f(t) = t + 2$ and $g(t) = t^2 - 2t - 3$. Find
- (i) $\langle f, g \rangle$
 - (ii) $\|f\|$.

Or

- (b) Show that every finite dimensional inner product space has an orthonormal basis.

19. (a) Verify whether the following system of equations is consistent. If it is consistent find

$$x - 4y - 3z = -16$$

the solution $4x - y + 6z = 16$

$$2x + 7y + 12z = 48$$

$$5x - 5y + 3z = 0.$$

Or

- (b) Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ using Cayley-Hamilton theorem.

20. (a) Find the eigen values and eigen vectors of

the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Or

- (b) Reduce the quadratic form $2x_1x_2 - x_1x_3 + x_1x_4 - x_2x_3 + x_2x_4 - 2x_3x_4$ to the diagonal form using Lagrange's method.

Reg. No. :

Code No. : 20293 B Sub. Code : AMMA 52

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics — Core

REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. வழக்கமான மெட்ரிக் உள்ள $[0, 1]$ -ல், $B\left(0, \frac{1}{4}\right)$

என்பது ————— ஆகும்.

(அ) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (ஆ) $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

(இ) $\left[0, \frac{1}{4}\right)$ (ஈ) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

In $[0, 1]$ with usual metric, $B\left(0, \frac{1}{4}\right)$ is ———.

(a) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (b) $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

(c) $\left[0, \frac{1}{4}\right)$ (d) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

2. கீழ்க்கண்ட R -ன் உட்கணங்களில் எது திறந்த கணம் அல்ல?

(அ) $(0, 1)$ (ஆ) ϕ

(இ) $(1, 2) \cup (3, 4)$ (ஈ) Q

Which of the following subsets of R is not open?

(a) $(0, 1)$ (b) ϕ

(c) $(1, 2) \cup (3, 4)$ (d) Q

3. $f : M_1 \rightarrow M_2$ தொடர்ச்சியாக இருப்பதற்கு, இருப்பதற்கு மட்டுமே

(அ) $x_n - x = 0 \Rightarrow f(x_n) - f(x) = 0$

(ஆ) $x_n \rightarrow x \Rightarrow f(x_n) = f(x)$

(இ) $(x_n) \rightarrow x \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$

(ஈ) $x_n - x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x_n - x) \rightarrow 0$

$f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if

- (a) $x_n - x = 0 \Rightarrow f(x_n) - f(x) = 0$
- (b) $x_n \rightarrow x \Rightarrow f(x_n) = f(x)$
- (c) $(x_n) \rightarrow x \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$
- (d) $x_n - x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x_n - x) \rightarrow 0$

4. $f : (0, 1) \rightarrow R$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{1}{x}$ என

வரையறுக்கப்பட்டால் f என்பது ஒரு _____.

- (அ) தொடர்ச்சியான சார்பு அல்ல
- (ஆ) சீரான தொடர்ச்சியான சார்பு
- (இ) சீரான தொடர்ச்சியான சார்பு அல்ல
- (ஈ) தொடர்ச்சியான சார்புமல்ல, சீரான தொடர்ச்சியான சார்புமல்ல

The function $f : (0, 1) \rightarrow R$ defined by $f(x) = \frac{1}{x}$ is

- (a) not continuous
- (b) uniformly continuous
- (c) not uniformly continuous
- (d) neither continuous nor uniformly continuous

5. $A = (0, 1] \subseteq R$ என்றால் \bar{A} என்பது _____ ஆகும்.

- (அ) $(0, 1)$ (ஆ) $[0, 1]$
- (இ) $(0, 1]$ (ஈ) $[0, 1)$

If $A = (0, 1] \subseteq R$, then \bar{A} is _____.

- (a) $(0, 1)$ (b) $[0, 1]$
(c) $(0, 1]$ (d) $[0, 1)$

6. R ன் தொடுத்த உட்கணம் _____ ஆகும்.

- (அ) $[4, 7] \cup [8, 10]$ (ஆ) $[4, 6] \cup [5, 7]$
(இ) $[4, 7) \cup (7, 8)$ (ஈ) Q

A connected subset of R is

- (a) $[4, 7] \cup [8, 10]$ (b) $[4, 6] \cup [5, 7]$
(c) $[4, 7) \cup (7, 8)$ (d) Q

7. $\bigcup_{n=1}^{\infty} [0, n) = ?$

- (அ) $[0, \infty]$ (ஆ) $(0, \infty)$
(இ) $[0, \infty)$ (ஈ) $(0, \infty]$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} [0, n) = ?$

- (a) $[0, \infty]$ (b) $(0, \infty)$
(c) $[0, \infty)$ (d) $(0, \infty]$

8. R ன் அடக்கமான உட்கணம் ————— ஆகும்.

- (அ) $[0, \infty)$ (ஆ) $(3, 4)$
(இ) Q (ஈ) $[1, 2.8]$

A compact subset of R is —————.

- (a) $[0, \infty)$ (b) $(3, 4)$
(c) Q (d) $[1, 2.8]$

9. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left(0, \frac{1}{n}\right) = ?$

- (அ) $(0,1)$ (ஆ) ϕ
(இ) $\{0\}$ (ஈ) $(0, 1]$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} \left(0, \frac{1}{n}\right) = ?$

- (a) $(0,1)$ (b) ϕ
(c) $\{0\}$ (d) $(0, 1]$

10. $R \times R, \overline{Q \times Q}$ என்பது ————— ஆகும்.

- (அ) ϕ (ஆ) Q^2
(இ) $R \times R$ (ஈ) $Z \times Z$

In $R \times R, \overline{Q \times Q}$ is —————.

- (a) ϕ (b) Q^2
(c) $R \times R$ (d) $Z \times Z$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) எந்தவொரு மெட்ரிக் வெளியிலும் ஒவ்வொரு திறந்த பந்தும் திறந்த கணமாகும் என நிரூபிக்க.

In any metric space prove that each open ball is an open set.

Or

- (ஆ) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ என நிறுவுக.

Prove that $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

12. (அ) $f : R \rightarrow R$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ விகிதமுறா எண் எனில்} \\ 1, & x \text{ விகிதமுறு எண் எனில்} \end{cases}$$

என்று வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது எனக் காட்டுக.

Show that the function $f : R \rightarrow R$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 1, & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

is not continuous.

Or

(ஆ) $f : M_1 \rightarrow M_2$ தொடர்ச்சியாக இருப்பதற்கு, இருப்பதற்கு மட்டுமே எல்லா $A \subseteq M_1$ க்கும் $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ என நிறுவுக.

Prove that $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ for all $A \subseteq M_1$.

13. (அ) A என்பது M என்ற மெட்ரிக் வெளியின் தொகுத்த உட்கணமாக இருப்பின் \overline{A} ஒரு தொகுத்த கணம் என நிறுவுக.

If A is a connected subset of the metric space M . Prove that \overline{A} is connected.

Or

(ஆ) ஒரு தொகுத்த கணத்தின் தொடர்ச்சியான பிம்பமும் தொகுத்த கணமாகும் என நிரூபி.

Show that the continuous image of a connected metric space is connected.

14. (அ) ஒரு அடக்கமான வெளியின் தொடர்ச்சியான பிம்பமும் அடக்கமானதே என நிறுவுக.

Prove that continuous image of a compact metric space is compact.

Or

(ஆ) (M, d) என்ற மெட்ரிக் வெளியின் உட்கணம் A அடக்கமானது என்றால், A ஒரு மூடிய கணம் என நிரூபி.

If A is a compact subset of a metric space (M, d) , prove that A is closed.

15. (அ) A என்பது M என்ற மெட்ரிக் வெளியின் உட்கணம். A முற்றிலும் எல்லைக்குட்பட்டது எனில், A எல்லைக்குட்பட்டது என நிறுவுக.

Let A be a subset of a metric space M . If A is totally bounded, show that A is bounded.

Or

(ஆ) ஒரு மெட்ரிக் வெளி அடக்கமாக இருக்க தேவையானதும், போதுமானதுமான நிபந்தனை, முடிவுறு வெட்டுப் பண்பு உடைய மூடிய கணங்களின் குடும்பத்திற்கு வெற்றிடமில்லாத வெட்டு இருக்குமென நிறுவுக.

Show that a metric space is compact if and only if any family of closed sets with finite intersection property has non empty intersection.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) கேன்டரின் வெட்டுத் தோற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Cantor's intersection theorem.

Or

Page 8 Code No. : 20293 B

(ஆ) பேரியின் வகைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபி.

State and prove Baire's category theorem.

17. (அ) (i) (M, d) ஒரு மெட்ரிக் வெளி, $a \in M$,
 $f : M \rightarrow R$, $f(x) = d(x, a)$ என
வரையறுக்கப்படும் சார்பு தொடர்ச்சியானது
என நிரூபிக்க.
- (ii) (M, d) ஒரு மெட்ரிக் வெளி, $f : M \rightarrow R$,
 $g : M \rightarrow R$ என்பவை இரண்டு
தொடர்ச்சியான சார்புகள். $f + g$ என்பதும்
தொடர்ச்சியான சார்பே என நிறுவுக.
- (i) Let (M, d) be a metric space. Let
 $a \in M$, show that the function
 $f : M \rightarrow R$ defined by $f(x) = d(x, a)$ is
continuous.
- (ii) Let (M, d) be any metric space. Let
 $f : M \rightarrow R$, $g : M \rightarrow R$ be two
continuous functions. Prove that $f + g$
is continuous.

Or

(ஆ) $f : R \rightarrow R$ என்ற சார்பு $a \in R$ என்ற புள்ளியில்
தொடர்ச்சியானதாக இருக்க தேவையானதும்,
போதுமானதுமான நிபந்தனை $w(f, a) = 0$ என
நிறுவுக.

Prove that $f : R \rightarrow R$ is continuous at $a \in R$
if and only if $w(f, a) = 0$.

18. (அ) R என்பது ஒரு தொகுத்த வெளி என நிரூபிக்க.

Prove that R is a connected metric space.

Or

(ஆ) (i) A, B என்பவை M என்ற மெட்ரிக் வெளியில் உள்ள தொடுத்த உட்கணங்கள் $A \cap B = \phi$ எனில் $A \cup B$ தொடுத்த கணம் என நிரூபி.

(ii) இடைநிலை மதிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

(i) If A and B are connected subsets of a metric space M and $A \cap B = \phi$. Prove that $A \cup B$ is a connected set.

(ii) State and prove the Intermediate value theorem.

19. (அ) ஹெய்ன் போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Heine Borel Theorem.

Or

(ஆ) (M_1, d_1) ஒரு அடக்கமான மெட்ரிக் வெளி (M_2, d_2) ஒரு மெட்ரிக் வெளி. $f : M_1 \rightarrow M_2$ ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனில் f கீரான தொடர்ச்சியுள்ளது என நிறுவுக.

Let (M_1, d_1) be a compact metric space and (M_2, d_2) , be any metric space. If $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous, prove that f is uniformly continuous on M .

20. (அ) A என்பது முற்றிலும் எல்லைக்குட்பட்டது எனில் \overline{A} ம் முற்றிலும் எல்லைக்குட்பட்டது என நிரூபி.

If A is a totally bounded set. Prove that \overline{A} is also totally bounded.

Or

- (ஆ) M என்பது அடக்கமான மெட்ரிக் வெளியாக இருந்தால் / இருந்தால் மட்டுமே முடிவுறு வெட்டு பண்பை கொண்ட மூடிய உட்கணங்களை கொண்ட குடும்பம் $\{A_\alpha\}$ எனில் $\bigcap A_\alpha \neq \emptyset$ என நிறுவுக.

Prove that the metric space M is compact iff any family $\{A_\alpha\}$ of closed sets with finite intersection property has non empty intersection.

(6 pages)

Reg. No. :

Code No. : 20293 E Sub. Code : AMMA 52

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fifth Semester

Mathematics — Core

REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. In $[0, 1]$ with usual metric, $B\left(0, \frac{1}{4}\right)$ is _____.

(a) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

(b) $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

(c) $\left[0, \frac{1}{4}\right)$

(d) $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

2. Which of the following subsets of R is not open?
- (a) $(0, 1)$ (b) ϕ
(c) $(1, 2) \cup (3, 4)$ (d) Q
3. $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if
- (a) $x_n - x = 0 \Rightarrow f(x_n) - f(x) = 0$
(b) $x_n \rightarrow x \Rightarrow f(x_n) = f(x)$
(c) $(x_n) \rightarrow x \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$
(d) $x_n - x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x_n - x) \rightarrow 0$
4. The function $f : (0, 1) \rightarrow R$ defined by $f(x) = \frac{1}{x}$ is
- (a) not continuous
(b) uniformly continuous
(c) not uniformly continuous
(d) neither continuous nor uniformly continuous
5. If $A = (0, 1] \subseteq R$, then \bar{A} is _____.
- (a) $(0, 1)$ (b) $[0, 1]$
(c) $(0, 1]$ (d) $[0, 1)$

6. A connected subset of R is
- (a) $[4, 7] \cup [8, 10]$ (b) $[4, 6] \cup [5, 7]$
(c) $[4, 7) \cup (7, 8)$ (d) Q
7. $\bigcup_{n=1}^{\infty} [0, n] = ?$
- (a) $[0, \infty]$ (b) $(0, \infty)$
(c) $[0, \infty)$ (d) $(0, \infty]$
8. A compact subset of R is _____.
- (a) $[0, \infty)$ (b) $(3, 4)$
(c) Q (d) $[1, 2.8]$
9. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left(0, \frac{1}{n}\right) = ?$
- (a) $(0, 1)$ (b) ϕ
(c) $\{0\}$ (d) $(0, 1]$
10. In $R \times R$, $\overline{Q \times Q}$ is _____.
- (a) ϕ (b) Q^2
(c) $R \times R$ (d) $Z \times Z$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) In any metric space prove that each open ball is an open set.

Or

- (b) Prove that $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

12. (a) Show that the function $f : R \rightarrow R$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 1, & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

is not continuous.

Or

- (b) Prove that $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ for all $A \subseteq M_1$.

13. (a) If A is a connected subset of the metric space M . Prove that \overline{A} is connected.

Or

- (b) Show that the continuous image of a connected metric space is connected.

14. (a) Prove that continuous image of a compact metric space is compact.

Or

- (b) If A is a compact subset of a metric space (M, d) , prove that A is closed.

15. (a) Let A be a subset of a metric space M . If A is totally bounded, show that A is bounded.

Or

- (b) Show that a metric space is compact if and only if any family of closed sets with finite intersection property has non empty intersection.

PART C — ($5 \times 8 = 40$ marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) State and prove Cantor's intersection theorem.

Or

- (b) State and prove Baire's category theorem.

17. (a) (i) Let (M, d) be a metric space. Let $a \in M$, show that the function $f : M \rightarrow R$ defined by $f(x) = d(x, a)$ is continuous.
- (ii) Let (M, d) be any metric space. Let $f : M \rightarrow R$, $g : M \rightarrow R$ be two continuous functions. Prove that $f + g$ is continuous.

Or

- (b) Prove that $f : R \rightarrow R$ is continuous at $a \in R$ if and only if $w(f, a) = 0$.

18. (a) Prove that R is a connected metric space.

Or

- (b) (i) If A and B are connected subsets of a metric space M and $A \cap B = \emptyset$. Prove that $A \cup B$ is a connected set.
- (ii) State and prove the Intermediate value theorem.

19. (a) State and prove Heine Borel Theorem.

Or

- (b) Let (M_1, d_1) be a compact metric space and (M_2, d_2) , be any metric space. If $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous, prove that f is uniformly continuous on M .

20. (a) If A is a totally bounded set. Prove that \overline{A} is also totally bounded.

Or

- (b) Prove that the metric space M is compact iff any family $\{A_\alpha\}$ of closed sets with finite intersection property has non empty intersection.

Reg. No. :

Code No. : 20294 B Sub. Code : ANMA 42

U.G. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics

Non Major Elective — FUNDAMENTALS OF
STATISTICS – II

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. கொடுக்கப்பட்ட ஏதேனும் இரண்டு பண்புக் கூறுக்களுக்கு வகுப்பு அதிர்வெண்ணின் மொத்த எண்ணிக்கை —————

(அ) 3^3 (ஆ) 2^3

(இ) 3^2 (ஈ) 3

For any two given attributes total number of class frequency is _____

- (a) 3^3 (b) 2^3
(c) 3^2 (d) 3

2. உயர் வரிசை வகுப்பின் அதிர்வெண் _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது.

- (அ) இறுதி வகுப்பு அதிர்வெண்
(ஆ) நேர்மறை வகுப்பு அதிர்வெண்
(இ) எதிர்மறை வகுப்பு அதிர்வெண்
(ஈ) எதிரிடை அதிர்வெண்

Frequency of the class of highest order is called _____

- (a) ultimate class frequency
(b) positive class frequency
(c) negative class frequency
(d) contrary frequency

3. குறியீட்டு எண் கணக்கீட்டில் ஒப்பிடுவதற்கு அடிப்படை ஆண்டு முழுவதும் மாறாமல் வைக்கப்பட்டிருந்தால் அது _____ என்று அழைக்கப்படுகிறது.

- (அ) நிலையான முறை
(ஆ) நிலையான அடிப்படை முறை
(இ) சங்கிலி அடிப்படைமுறை
(ஈ) இவை ஏதுவுமில்லை

In index number calculation, if the base year used for comparison is kept constant through out, then it is called _____

- (a) fixed method
- (b) fixed base method
- (c) chain base method
- (d) none of these

4. சூத்திரம் $PI_{01} =$ _____

(அ) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_1} \times 100$ (ஆ) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$

(இ) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \times 100$ (ஈ) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

Formula for $PI_{01} =$

(a) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_1} \times 100$ (b) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$

(c) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \times 100$ (d) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

5. மொத்த செலவின முறையில் வாழ்க்கைச் செலவு குறியீட்டு எண் = _____ ஆகும்.

(அ) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$ (ஆ) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_1} \times 100$

(இ) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$ (ஈ) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \times 100$

Cost of living index number in aggregate expenditure method =

- (a) $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$ (b) $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$
(c) $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$ (d) $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

6. குடும்ப பட்ஜெட் முறையில் வாழ்க்கை செலவுக் குறியீடு =

- (அ) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$ (ஆ) $\frac{\Sigma P}{\Sigma PV}$
(இ) $\frac{\Sigma P}{\Sigma V}$ (ஈ) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V} \times 100$

Cost of living index number in family budget method =

- (a) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$ (b) $\frac{\Sigma P}{\Sigma PV}$
(c) $\frac{\Sigma P}{\Sigma V}$ (d) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V} \times 100$

7. பின்வருவனற்றில் எது நேரியல் அல்லாத போக்கு?

- (அ) அதிகரிக்கும் போக்கு
(ஆ) குறையும் போக்கு
(இ) ஸ்திரத்தன்மை போக்கு
(ஈ) அதிகரிக்கும் மற்றும் குறையும் போக்கு

Which of the following is a non linear trend?

- (a) increasing trend
- (b) decreasing trend
- (c) stability trend
- (d) increasing and decreasing trend

8. எந்த முறையில் முழு நேரத் தொடர்பு தரவு நேரத்தைப் பொறுத்து இரண்டு சம பாகங்களாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது

- (அ) வரைகலை முறை
- (ஆ) வளைவு பொருத்தும் முறை
- (இ) அரை சராசரி முறை
- (ஈ) நகர்சராசரி முறை

In which method the whole time series data is classified into two equal parts with respect to time

- (a) Graphic method
- (b) The method of curve fitting
- (c) Method of semi average
- (d) Method of moving average

9. வளைவு பொருத்துதலில் தரவின் வரைபடப் பிரதிநிதித்துவம் ————— ஆகும்.

- (அ) சிதறல் வரைபடம்
- (ஆ) எஞ்சிய மதிப்பு
- (இ) வரைபடம்
- (ஈ) இயல்நிலைச் சமன்பாடு

Diagrammatic representation of data in curve fitting is _____

- (a) scatter diagram (b) residual
(c) graph (d) normal equation

10. அடுக்குக்குறி வளைவு பொருத்துதலின் ஒரு இயல்நிலை சமன்பாடு _____ ஆகும்.

- (அ) $\Sigma U = nA + B\Sigma X^2$
(ஆ) $\Sigma U = nA + B\Sigma X$
(இ) $\Sigma U = A + B\Sigma X^2$
(ஈ) $\Sigma U = A + B\Sigma X$

In fitting of exponential curve, one of the normal equation is _____

- (a) $\Sigma U = nA + B\Sigma X^2$
(b) $\Sigma U = nA + B\Sigma X$
(c) $\Sigma U = A + B\Sigma X^2$
(d) $\Sigma U = A + B\Sigma X$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).
Each answer should not exceed 250 words.

11. (அ) $(A) = 30, (B) = 25, (\alpha) = 30, (\alpha\beta) = 20$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் (i) N (ii) (β) (iii) (AB) என்பவை நேர்மறையாக தொடர்புடையது என நிரூபி.

Given $(A) = 30, (B) = 25, (\alpha) = 30, (\alpha\beta) = 20$.
Find (i) N (ii) (β) (iii) (AB) .

Or

(ஆ) A மற்றும் B ஆகியவை சார்பற்றது எனில் $N = 1000$, $(A) = 470$, $(B) = 620$ மற்றும் $(AB) = 320$ என்பவை நேர்மறையாக தொடர்புடையது என நிரூபி.

Prove that if A and B are independent then $N = 1000$, $(A) = 470$, $(B) = 620$ and $(AB) = 320$ are positively associated.

12. (அ) கீழ்க்காணும் விவரங்களிலிருந்து லேஸ்பியர் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடவும்.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு 1990		நடப்பு ஆண்டு 1992	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

Calculate the Laspeyre's index number for the following data.

Commodities	Base year 1990		Current year 1992	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

Or

(ஆ) பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து Paache's முறையை பயன்படுத்தி விலைகளின் குறியீட்டு எண்களை கணக்கிடு.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	5	15	7	12
B	4	5	6	4
C	7	4	9	3
D	52	2	55	2

Construct index numbers of price from the following data by Paache's method.

Commodities	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	5	15	7	12
B	4	5	6	4
C	7	4	9	3
D	52	2	55	2

13. (அ) குடும்ப பட்ஜெட் முறையை பயன்படுத்தி நுகர்வோர் விலைப்புள்ளிக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	விலை ரூபாயில்		அளவு
	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு	அடிப்படை ஆண்டு
அரிசி	7	7.5	6
கோதுமை	6	6.75	3.5
மாவு	5	5	0.5
எண்ணெய்	30	32	3
சர்க்கரை	8	8.5	1

Find the consumer price index by family budget method.

Commodity	Price in Rs.		Quantity in
	Base year	Current year	Base year
Rise	7	7.5	6
Wheat	6	6.75	3.5
Flow	5	5	0.5
Oil	30	32	3
Sugar	8	8.5	1

Or

(ஆ) மொத்த செலவீட்டு முறையை பயன்படுத்தி நுகர்வோர் விலைப்புள்ளிக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	அளவு	விலை	
		அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு
I	50	15	29
II	40	20	40
III	80	12	20
IV	100	18	25
V	60	25	50

Calculate consumer price index through aggregate Expenditure method.

Commodities	Quantity	Price in	
		Base year	Current year
I	50	15	29
II	40	20	40
III	80	12	20
IV	100	18	25
V	60	25	50

14. (அ) தரவுக்கான 4 வருடந்திர நகரும் சராசரி முறையின் மூலம் போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிடுக.

ஆண்டு	1982	1983	1984	1985	1986	1987
உற்பத்தி	45	46	44	47	42	41
ஆண்டு	1988	1989	1990	1991	1992	
உற்பத்தி	39	42	45	40	48	

Compute the trend values by the method of 4 yearly moving average for the data.

Year	1982	1983	1984	1985	1986	1987
Production	45	46	44	47	42	41
Year	1988	1989	1990	1991	1992	
Production	39	42	45	40	48	

Or

- (ஆ) தொழிற்சாலையின் உற்பத்தி பின்வரும் தகவல்களை கொண்டு சுழற்சி கோடுகளை வரைக.

ஆண்டு :	1979	1980	1981	1982	1983
உற்பத்தி :	50	75	49	80	60
ஆண்டு :	1984	1985	1986	1987	
உற்பத்தி :	95	75	100	110	

Fit a trend line to the following data related to the production in a factory.

Year :	1979	1980	1981	1982	1983
Production :	50	75	49	80	60
Year :	1984	1985	1986	1987	
Production :	95	75	100	110	

15. (அ) பின்வரும் தரவிற்கு ஒரு நேர்கோட்டை பொருத்துக.

x 0 1 2 3 4

y 2.1 3.5 5.4 7.3 8.2

Fit a straight line to the following data :

x 0 1 2 3 4

y 2.1 3.5 5.4 7.3 8.2

Or

- (ஆ) $Y = ab^X$ எனும் அடுக்கு வளையை பின்வரும் விபரங்களிலிருந்து பொருத்துக

x 1 2 3 4 5 6 7 8

y 1.0 1.2 1.8 2.5 3.6 4.7 6.6 9.1

Fit an exponential curve of the form $Y = ab^X$ to the following data.

x 1 2 3 4 5 6 7 8

y 1.0 1.2 1.8 2.5 3.6 4.7 6.6 9.1

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (அ) ஒரு வகுப்பு தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் கணிதத்தில் புலமைக்காக 135 பேர் தேர்வு செய்யப்பட்டனர். அதில் 75 பேர் ஆங்கிலத்திலும், 90 பேர் கணிதத்திலும் மற்றும் 50 பேர் இரண்டிலும் தோல்வியடைந்தனர். எத்தனை பேர் (i) கணிதத்தில் தேர்ச்சி பெற்றுள்ளனர் (ii) ஆங்கிலத்தில் தேர்ச்சி கணிதத்தில் தோல்வியடைந்தனர் (iii) இரண்டிலும் தேர்ச்சி பெற்றுள்ளனர்?

In a class test in which 135 candidates were examined for proficiency in English and Maths. It was discovered that 75 students failed in English, 90 failed in Maths and 50 failed in both. Find how many candidates (i) have passed in Maths (ii) have passed in English, failed in Maths (iii) have passed in both?

Or

(ஆ) பின்ருவம் தரவிலிருந்து கரிய நிறம் கொண்ட கண்களையுடைய தந்தை மற்றும் மகன் இடையேயான தொடர்பை சோதனை செய்.

தந்தை மற்றும் மகன் கரிய நிறகண்கள் = 50, தந்தை கரியநிறகண் மற்றும் மகன் கரிய நிறகண் அல்ல = 79, தந்தை கரிய நிற கண் அல்ல மற்றும் மகன் கரிய நிறகண் = 89, தந்தை மற்றும் மகன் கரிய நிறகண் அல்ல = 782.

Investigate the association between darkness of eye colour in father and son from the following data.

Father with dark eyes and sons with dark eyes = 50, father with dark eyes and sons with not dark eyes : 79, fathers with not dark eyes and sons with dark eyes : 89, fathers with not dark eyes and sons with not dark eyes : 782.

17. (அ) பின்வரும் தரவிற்கு ஃபிஷரின் குறியீட்டு எண்ணை கண்டுபிடி.

பொருட்கள்	அளவு		விலை	
	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு
A	10	12	12	15
B	5	10	8	10
C	12	19	10	12

Find Fisher's ideal index number from the following data.

Items	Quantity		Price	
	Base year	Current year	Base year	Current year
A	10	12	12	15
B	5	10	8	10
C	12	19	10	12

Or

(ஆ) மார்ஷல் எட்வர்த் முறையை பயன்படுத்தி குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	1991		1992	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	10	20	12	16
B	15	10	18	12
C	12	15	15	9
D	25	5	20	11
E	30	3	28	5
F	20	10	15	8

Calculate index number by Marshall Edgeworth method.

Commodities	1991		1992	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	10	20	12	16
B	15	10	18	12
C	12	15	15	9
D	25	5	20	11
E	30	3	28	5
F	20	10	15	8

18. (அ) பின்வரும் தொடர் அடிப்படை குறியீட்டு எண்களை நிலைத்த அடிப்படை குறியீட்டு எண்ணாக மாற்று.

ஆண்டு	1983	1984	1985	1986	1987
தொடர் குறியீட்டு எண்	100	112.8	86.4	102.6	120.5
ஆண்டு	1988	1989	1990	1991	1992
தொடர் குறியீட்டு எண்	105.3	103.3	109.8	88.4	75.8

Convert the following chain base index numbers in to fixed base index numbers.

Year	1983	1984	1985	1986	1987
Chain index	100	112.8	86.4	102.6	120.5
Year	1988	1989	1990	1991	1992
Chain index	105.3	103.3	109.8	88.4	75.8

Or

(ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலைத்த அடிப்படை குறியீட்டு எண்ணிலிருந்து தொடர் அடிப்படை குறியீட்டு எண்ணை தயார் செய்.

Year : 1987 1988 1989 1990 1991 1992

Fixed based index 94 98 102 95 98 100
(1987 as base) :

From the fixed base index numbers given below prepare chain base index number.

Year : 1987 1988 1989 1990 1991 1992

Fixed based index 94 98 102 95 98 100
(1987 as base) :

19. (அ) ஒரு வரைபடத்தாளில் பின்வரும் தரவை வரையவும் மற்றும் அரை சராசரி முறையின் மூலம் போக்கைக் கண்டறியவும்.

ஆண்டு : 1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996

உற்பத்தி (மில்லியன் டன்னில்) : 100 120 95 105 108 102 112

Plot the following data on a graph paper and ascertain trend by the method of semi-average.

Year : 1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996

Production (in million tones) : 100 120 95 105 108 102 112

Or

(ஆ) நாட்டில் பத்து ஆண்டுகளில் தயாரிக்கப்பட்ட மோட்டார் கார்களின் எண்ணிக்கையை பின்வரும் அட்டவணை வழங்குகிறது. நகர்சராசரிமுறை மூலம் போக்கை மதிப்பிடவும்.

ஆண்டு : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

உற்பத்தி'000 : 96 74 68 50 99 172 245 308 332 345

The following table gives the number of motor cars produced in a country over ten years. Evaluate trend by the method of moving average.

Year : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Production in '000 : 96 74 68 50 99 172 245 308 332 345

20. (அ) பின்வரும் தரவுகளுக்கு சிறும இருபடிமுறை மூலம் ஒரு நேர்கோட்டை பொருத்துக.

X: 1 2 3 4 6 8

Y: 2.4 3 3.6 4 5 6

Fit a straight line to the following data using least square method.

X: 1 2 3 4 6 8

Y: 2.4 3 3.6 4 5 6

Or

(ஆ) பின்வரும் தரவுகளுக்கு இரண்டாம்படி
பரவளையத்தை பொருத்துக.

X: 0 1 2 3 4

Y: 1 1.8 1.3 2.5 6.3

Fit a parabola of second degree to the
following data

X: 0 1 2 3 4

Y: 1 1.8 1.3 2.5 6.3

Reg. No. :

Code No. : 20294 E Sub. Code : ANMA 42

U.G. (CBCS) DEGREE EXAMINATION,
NOVEMBER 2022.

Fourth Semester

Mathematics

Non Major Elective — FUNDAMENTALS OF
STATISTICS – II

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. For any two given attributes total number of class frequency is _____
(a) 3^3 (b) 2^3
(c) 3^2 (d) 3

2. Frequency of the class of highest order is called _____

- (a) ultimate class frequency
- (b) positive class frequency
- (c) negative class frequency
- (d) contrary frequency

3. In index number calculation, if the base year used for comparison is kept constant through out, then it is called _____

- (a) fixed method
- (b) fixed base method
- (c) chain base method
- (d) none of these

4. Formula for PI_{01} =

- (a) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_1} \times 100$
- (b) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$
- (c) $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \times 100$
- (d) $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

5. Cost of living index number in aggregate expenditure method =

(a) $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$ (b) $\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$

(c) $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1} \times 100$ (d) $\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$

6. Cost of living index number in family budget method =

(a) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V}$ (b) $\frac{\Sigma P}{\Sigma PV}$

(c) $\frac{\Sigma P}{\Sigma V}$ (d) $\frac{\Sigma PV}{\Sigma V} \times 100$

7. Which of the following is a non linear trend?

- (a) increasing trend
- (b) decreasing trend
- (c) stability trend
- (d) increasing and decreasing trend

8. In which method the whole time series data is classified into two equal parts with respect to time

- (a) Graphic method
- (b) The method of curve fitting
- (c) Method of semi average
- (d) Method of moving average

9. Diagrammatic representation of data in curve fitting is _____
- (a) scatter diagram (b) residual
(c) graph (d) normal equation
10. In fitting of exponential curve, one of the normal equation is _____
- (a) $\Sigma U = nA + B\Sigma X^2$
(b) $\Sigma U = nA + B\Sigma X$
(c) $\Sigma U = A + B\Sigma X^2$
(d) $\Sigma U = A + B\Sigma X$

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 250 words.

11. (a) Given $(A) = 30$, $(B) = 25$, $(\alpha) = 30$, $(\alpha\beta) = 20$.
Find (i) N (ii) (β) (iii) (AB) .

Or

- (b) P.T. if A and B are independent then $N = 1000$, $(A) = 470$, $(B) = 620$ and $(AB) = 320$ are positively associated.

12. (a) Calculate the Laspeyre's index number for the following data.

Commodities	Base year 1990		Current year 1992	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

Or

- (b) Construct index numbers of price from the following data by Paache's method.

Commodities	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	5	15	7	6
B	4	5	6	3.5
C	7	4	9	0.5
D	52	2	55	3

13. (a) Find the consumer price index by family budget method.

Commodities	Price in Rs.		Quantity in
	Base year	Current year	Base year
Rise	7	7.5	3
Wheat	6	6.75	3.5
Flow	5	5	0.5
Oil	30	32	8
Sugar	8	8.5	1

Or

- (b) Calculate consumer price index through aggregate Expenditure method.

Commodities	Quantity	Price in	
		Base year	Current year
I	50	15	29
II	40	20	40
III	80	12	20
IV	100	18	25
V	60	25	50

14. (a) Compute the trend values by the method of 4 yearly moving average for the data.

Year	1982	1983	1984	1985	1986	1987
Production	45	46	44	47	42	41
Year	1988	1989	1990	1991	1992	
Production	39	42	45	40	48	

Or

(b) Fit a trend line to the following data related to the production in a factory.

Year :	1979	1980	1981	1982	1983
Production :	50	75	49	80	60
Year :	1984	1985	1986	1987	
Production :	95	75	100	110	

15. (a) Fit a straight line to the following data :

x	0	1	2	3	4
y	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

Or

(b) Fit an exponential curve of the form $Y = ab^X$ to the following data.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1.0	1.2	1.8	2.5	3.6	4.7	6.6	9.1

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

Each answer should not exceed 600 words.

16. (a) In a class test in which 135 candidates were examined for proficiency in English and Maths. It was discovered that 75 students failed in English, 90 failed in Maths and 50 failed in both. Find how many candidates (i) have passed in Maths (ii) have passed in English, failed in Maths (iii) have passed in both?

Or

- (b) Investigate the association between darkness of eye colour in father and son from the following data.

Father with dark eyes and sons with dark eyes = 50, father with dark eyes and sons with not dark eyes : 79, fathers with not dark eyes and sons with dark eyes : 89, fathers with not dark eyes and sons with not dark eyes : 782.

17. (a) Find Fisher's ideal index number from the following data.

Items	Quantity		Price	
	Base year	Current year	Base year	Current year
A	10	12	12	15
B	5	10	8	10
C	12	19	10	12

Or

- (b) Calculate index number by Marshall Edgeworth method.

Commodities	1991		1992	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	10	20	12	16
B	15	10	18	12
C	12	15	15	9
D	25	5	20	11
E	30	3	28	5
F	20	10	15	8

18. (a) Convert the following chain base index numbers in to fixed base index numbers.

Year	1983	1984	1985	1986	1987
Chain index	100	112.8	86.4	102.6	120.5
Year	1988	1989	1990	1991	1992
Chain index	105.3	103.3	109.8	88.4	75.8

Or

(b) From the fixed base index numbers given below prepare chain base index number.

Year :	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Fixed based index (1987 as base) :	94	98	102	95	98	100

19. (a) Plot the following data on a graph paper and ascertain trend by the method of semi-average.

Year :	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Production (in million tones) :	100	120	95	105	108	102	112

Or

(b) The following table gives the number of motor cars produced in a country over ten years. Evaluate trend by the method of moving average.

Year :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production in '000 :	96	74	68	50	99	172	245	308	332	345

20. (a) Fit a straight line to the following data using least square method.

X: 1 2 3 4 6 8

Y: 2.4 3 3.6 4 5 6

Or

- (b) Fit a parabola of second degree to the following data

X: 0 1 2 3 4

Y: 1 1.8 1.3 2.5 6.3
